全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

导学案

高中数学

选择性必修第一册 SJ

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录 | 导学案

04 第4章　数列

PART FOUR

05 第5章　导数及其应用

PART FIVE

第 1 章　直线与方程

1.1　直线的斜率与倾斜角

【学习目标】

1. 了解直线的斜率和倾斜角的概念及它们之间的关系.
2. 掌握过两点的直线的斜率计算公式.
3. 了解直线的倾斜角的取值范围,能根据直线的倾斜角求出直线的斜率.
4. 通过对斜率和倾斜角的学习,培养逻辑推理和数学运算的数学素养.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　直线的斜率

对于直线 l 上的任意两点 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,如果 $x_1\neq x_2$,那么直线 l 的斜率 $k=$________;如果 $x_1=x_2$,那么直线 l 的斜率________.

提示:对于与 x 轴不垂直的直线 l,它的斜率也可以看作 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{\text{纵坐标的增量}}{\text{横坐标的增量}}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

◆ 知识点二　直线的倾斜角

<table>
<tr><td rowspan="2">定义</td><td colspan="2">在平面直角坐标系中,对于一条与 x 轴相交的直线,把 x 轴绕着交点按________方向旋转到与直线重合时,所转过的________称为这条直线的倾斜角</td></tr>
<tr><td>规定</td><td>与 x 轴平行或重合的直线的倾斜角为________</td></tr>
<tr><td>范围</td><td colspan="2">$\{\alpha \mid 0\leqslant\alpha<\pi\}$</td></tr>
</table>

◆ 知识点三　直线的倾斜角与斜率的关系

设直线的倾斜角为 α,斜率为 k.

直线情形	α 的大小	k 的大小	k 的范围
与 x 轴平行	0	0	$k=0$
从左下方向右上方倾斜	$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$	$k=$________	k____0
与 x 轴垂直	$\dfrac{\pi}{2}$	不存在	不存在
从左上方向右下方倾斜	$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$	$k=$______$=-\tan(\pi-\alpha)$	k____0

提示:所有的直线都有倾斜角,但不是所有的直线都有斜率.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)任意一条直线都有且只有一个斜率和它对应.　(　　)

(2)若直线的倾斜角存在,则必有斜率与之对应.　(　　)

(3)当直线的倾斜角是锐角时,直线的斜率为正;当直线的倾斜角是钝角时,直线的斜率为负.　(　　)

2. 直线的倾斜角越大,它的斜率越大吗?

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　直线的斜率

例 1　分别判断经过下列两点的直线的斜率是否存在?如果存在,求出该直线的斜率.

(1)$A(2,3)$,$B(4,5)$;

(2)$C(-2,3)$,$D(2,3)$;

(3)$P(a,2)$,$Q(3,6)$.

变式 已知 $A(-2,1)$，$B(7,5)$.

(1)求直线 AB 的斜率；

(2)设 P 为 x 轴上一点，若直线 PA 的斜率是直线 PB 的斜率的 2 倍，求 P 的坐标；

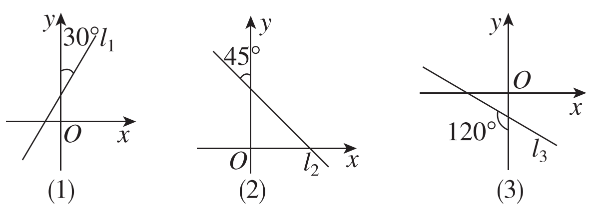
(3)设 Q 为 y 轴上一点，且 A,B,Q 三点共线，求 Q 的坐标.

[素养小结]

研究直线的斜率问题时，通常需要先讨论斜率存在与否，斜率存在时，再用公式 $k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x_1\neq x_2)$ 求解.

◆ 探究点二　直线的倾斜角

例 2 分别求图中各直线的倾斜角.

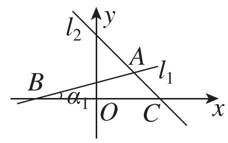


变式 (1)(多选题)若直线 l 与 x 轴交于点 A，其倾斜角为 α，将直线 l 绕点 A 按顺时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得到直线 l_1，则直线 l_1 的倾斜角可能为　(　　)

A. $\alpha+\frac{\pi}{4}$　　B. $\alpha+\frac{3\pi}{4}$

C. $\alpha-\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{3\pi}{4}-\alpha$

(2)已知直线 l_1 的倾斜角 $\alpha_1=15°$，直线 l_1 与 l_2 的交点为 A，直线 l_1，l_2 与 x 轴分别交于点 B，C，且 $\angle BAC=120°$，如图，则直线 l_2 的倾斜角为________.



[素养小结]

求直线的倾斜角的方法：结合图形，利用三角形中的有关结论或特殊三角形(如直角三角形)求角.

拓展 (多选题)若直线 l_1 的倾斜角为 α，且 $l_1\perp l_2$，则直线 l_2 的倾斜角可能为　(　　)

A. $90°-\alpha$　　B. $90°+\alpha$

C. $\alpha-90°$　　D. $180°-\alpha$

◆ 探究点三　直线倾斜角与斜率的关系及简单应用

例 3 [2025·陕西安康高新中学高二期中] 已知直线 l 过点 $P(2,2)$，且与以 $A(-1,-1)$ 和 $B(3,2-\sqrt{3})$ 为端点的线段相交.

(1)求直线 l 的斜率 k 的取值范围；

(2)求直线 l 的倾斜角 α 的取值范围.

变式 在$\triangle ABC$中，$A(-1,1)$，$B(1,1)$，$C(2,\sqrt{3}+1)$.

(1)分别求直线AB，BC，AC的斜率和倾斜角；

(2)若D为AB边上的一个动点，求直线CD的倾斜角的取值范围.

[素养小结]

直线的斜率与其倾斜角关系的分析，首先要考虑倾斜角为直角的情况，其次要分倾斜角在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$和$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上两种情况，根据正切函数的单调性加以研究.

拓展 已知三条直线l_1，l_2，l_3的斜率分别为k_1，k_2，k_3，倾斜角分别为α，β，γ，且$k_1<k_2<k_3$，探索α，β，γ的大小关系.

1.2 直线的方程

1.2.1 直线的点斜式方程

【学习目标】

1. 能根据斜率公式导出直线的点斜式方程.
2. 能利用直线的点斜式方程导出直线的斜截式方程.
3. 能描述点斜式方程的适用范围.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点一 直线的点斜式方程

定义：方程____________叫作直线的点斜式方程，简称点斜式.

提示：(1)点斜式方程的应用前提是直线的斜率存在.

(2)当直线与x轴垂直时，直线方程为$x=x_1$；当直线与x轴平行或重合时，直线方程可写为$y=y_1$；特别地，x轴的方程是$y=0$.

◆ 知识点二 直线的斜截式方程

定义：已知直线l的斜率为k，与y轴的交点是$P(0,b)$，则直线l的方程为$y-b=k(x-0)$，即$y=kx+b$，称b为直线l在y轴上的________.方程由直线l的斜率和它在y轴上的________确定，这个方程也叫作直线的斜截式方程，简称斜截式.

提示：(1)斜截式方程的应用前提是直线的斜率存在.

(2)截距不是距离，在y轴(x轴)上的截距是直线与y轴(x轴)交点的纵(横)坐标，所以截距可以取一切实数.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)直线 $y-3=k(x+1)$ 恒过定点 $(-1,3)$. ( )

(2)若直线 l 过点 $P(x_1,y_1)$,且倾斜角为 $90°$,则其方程是 $y=y_1$. ( )

(3)x 轴所在直线的方程为 $y=0$,该方程可化为点斜式方程. ( )

(4)所有的直线都有点斜式和斜截式方程. ( )

2. 方程 $k=\frac{y-2}{x+1}$ 与方程 $y-2=k(x+1)$ 表示的是同一条直线吗?

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 直线的点斜式方程

例 1 根据下列条件,分别写出直线的点斜式方程:

(1)经过点 $P(2,3)$,且斜率 $k=1$;

(2)经过点 $(2,5)$,且倾斜角为 $45°$;

(3)经过点 $C(-1,-1)$,且与 x 轴平行;

(4)经过 $A(3,8)$,$B(1,4)$ 两点.

变式 根据下列条件,分别写出直线的点斜式方程:

(1)经过点 $P(2,3)$,且倾斜角为 $135°$;

(2)经过点 $P(-2,3)$,且与 x 轴平行;

(3)经过点 $P(-2,3)$,且与 x 轴垂直.

[素养小结]

利用点斜式求直线方程的方法:

(1)用点斜式求直线的方程,首先要确定直线的斜率 k 和该直线上的一个点 $P(x_0,y_0)$,然后将 k,x_0,y_0 代入 $y-y_0=k(x-x_0)$ 即可.注意在斜率存在的条件下,才能求直线的点斜式方程;若斜率不存在,则直线方程为 $x=x_0$;

(2)已知两点坐标求直线的方程,可以先求斜率,再用点斜式求直线的方程.

◆ 探究点二　直线的斜截式方程

例 2　根据下列条件,分别写出直线的斜截式方程:

(1)斜率为 2,在 y 轴上的截距是 5;

(2)倾斜角为 150°,与 x 轴的交点的横坐标是 2;

(3)倾斜角为 60°,与 y 轴的交点到坐标原点的距离为 3.

变式　根据下列条件,分别写出直线的斜截式方程:

(1)直线的倾斜角为 45°,且在 y 轴上的截距是 2;

(2)直线过点 $A(3,1)$,且在 y 轴上的截距是 -1;

(3)倾斜角是直线 $y=-\sqrt{3}x+1$ 的倾斜角的 $\frac{1}{4}$,且过点 $(0,-5)$.

[素养小结]

直线的斜截式方程的求解策略:

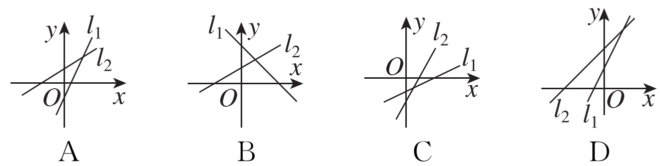
(1)求直线的斜截式方程,首先要求出直线的斜率 k 与它在 y 轴上的截距 b,然后将 k,b 代入 $y=kx+b$ 即可.

(2)当斜率 k 或在 y 轴上的截距 b 未知时,可利用待定系数法求解.

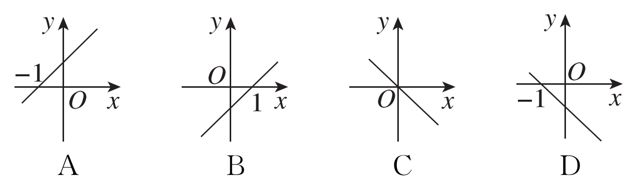
◆ 探究点三　点斜式、斜截式方程的简单应用

角度 1　直线方程与其图象的判断

例 3 [2025·江苏金陵中学高二月考] 直线 l_1: $y=ax+b$ 与直线 l_2: $y=bx+a$ $(ab\neq 0, a\neq b)$ 在同一平面直角坐标系内的位置关系为 (　　)



变式　方程 $y=kx+b$ $(k+b=0, k\neq 0)$ 表示的直线可能是 (　　)



角度 2　与坐标轴围成的三角形

例 4　已知直线 l 的斜率为 $-\frac{4}{3}$,且与两坐标轴围成的三角形的面积为 6,则直线 l 的方程为____________.

变式　写出一个同时具有下列性质的直线 l 的斜截式方程:____________.

①直线 l 经过点 $(1,1)$;②直线 l 与 x,y 轴所围成的三角形的面积为 $\frac{1}{4}$.

[素养小结]

(1)直线方程与其图象的判断一般看两个方面:一看斜率的正负,二看截距的正负.

(2)在利用直线的点斜式方程或斜截式方程表示在 x 轴、y 轴上的截距,从而进一步表示直线与坐标轴围成的三角形面积时,要注意截距并不一定是正数,当截距的符号不确定时,要进行分类讨论.

拓展　已知直线 l 过点 $M(-3,4)$,且分别与 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴交于点 A,B,O 为原点,则△AOB 面积的最小值为________.

1.2.2 直线的两点式方程

【学习目标】

1. 能根据斜率公式与点斜式方程导出直线的两点式方程.
2. 能利用直线的两点式方程及截距的概念,导出直线的截距式方程.
3. 能描述截距式方程的适用范围,并能依据不同条件合理选择直线方程的形式求解.

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 直线的两点式方程

定义:已知直线 l 经过两点 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$,则方程____________$(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2)$叫作直线的两点式方程,简称两点式.

提示:(1)直线的两点式方程应用的前提条件是 $x_1\neq x_2$ 且 $y_1\neq y_2$,故当直线的斜率不存在或斜率为零时,不可以用两点式方程.

(2)直线的两点式不能表示与坐标轴垂直的直线,但如果将方程变形为$(x_2-x_1)(y-y_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$,它是两点式的变形,可以表示任何直线,包括与坐标轴垂直的直线.

◆ 知识点二 直线的截距式方程

定义:若直线 l 经过点 $A(a,0)$,$B(0,b)$,且 $a\neq 0$,$b\neq 0$,其中 a 称为直线 l 在 x 轴上的截距,b 称为直线 l 在 y 轴上的截距,则方程__________叫作直线的截距式方程,简称截距式.

提示:(1)直线的截距式方程应用的前提条件是 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$,即两个截距非零,所以截距式方程不能表示过原点的直线,也不能表示与坐标轴平行(或重合)的直线.

(2)过原点的直线在 x 轴,y 轴上的截距都为 0.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)经过两点 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$$(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2)$的直线方程可以是 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$,也可以是 $\dfrac{y-y_2}{y_1-y_2}=\dfrac{x-x_2}{x_1-x_2}$. ( )

(2)能用截距式方程表示的直线都能用两点式方程表示. ( )

(3)过除原点外的一个定点,且在两坐标轴上的截距相等的直线有且只有1条. ( )

2. 能用两点式方程表示的直线也可用点斜式方程表示吗?

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 利用两点式求直线方程

例1 在△ABC 中,已知 $A(-3,2)$,$B(5,-4)$,$C(0,-2)$.

(1)求 BC 边所在直线的方程;

(2)求 BC 边上的中线所在直线的方程.

提示:若平面上的点 $E(x_1,y_1)$,$F(x_2,y_2)$,线段 EF 的中点 $M(x_0,y_0)$,则 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}$,$y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

变式 (1)经过 $A(3,4)$,$B(-1,-4)$两点的直线 l 的方程为________.

(2)在△ABC 中,点 $A(1,2)$,$B(3,6)$,$C(5,2)$,M 为边 AB 的中点,N 为边 AC 的中点,则中位线 MN 所在直线的方程为________.

[素养小结]

(1)由两点式求直线方程的步骤：

①设出直线所经过的两个点的坐标；

②根据题中的条件，列出相关方程，解出点的坐标；

③由直线的两点式写出直线方程.

(2)当已知两点坐标，求过这两点的直线方程时，首先要判断是否满足两点式方程的适用条件(两点的连线不平行于坐标轴)，若满足，则考虑用两点式求直线方程.

◆ 探究点二　利用截距式求直线方程

例 2 (1)求过点 $A(3,4)$，且在两坐标轴上的截距互为相反数的直线 l 的方程；

(2)已知直线 l' 在 x 轴上的截距比在 y 轴上的截距大 1，且过定点 $B(6,-2)$，求直线 l' 的方程.

变式 求过点(1,1)，且在 y 轴上的截距为在 x 轴上的截距 2 倍的直线的方程.

[素养小结]

应用直线的截距式方程的注意事项.

(1)如果问题中涉及直线与坐标轴相交，那么可考虑选用直线的截距式方程，用待定系数法确定其系数即可.

(2)选用直线的截距式方程时，必须首先考虑直线能否过原点以及能否与两坐标轴垂直.

(3)要注意直线的截距式方程的逆向应用.

◆ 探究点三　直线截距式方程的运用

例 3 直线过点 $P\left(\frac{4}{3},2\right)$ 且与 x 轴、y 轴的正半轴分别交于点 A,B,O 为坐标原点，是否存在这样的直线满足下列条件：① $\triangle AOB$ 的周长为 12；② $\triangle AOB$ 的面积为 6. 若存在，求出直线方程；若不存在，请说明理由.

变式 求过点 $Q(5,2)$，且与两坐标轴围成的三角形的面积是 $\frac{9}{2}$ 的直线 l 的方程.

1.2.3 直线的一般式方程

【学习目标】

1. 能根据直线特殊形式的方程归纳出直线的一般式方程.
2. 能讨论特殊形式与一般式的关系,并能熟练地进行互化.

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 直线与二元一次方程的关系

(1)平面直角坐标系中的任意一条直线的方程都可以用关于 x,y 的二元一次方程________________________来表示;

(2)任何一个关于 x,y 的二元一次方程 $Ax+By+C=0$(A,B 不全为 0)都表示平面直角坐标系中的____________.

◆ 知识点二 直线的一般式方程

方程____________________叫作直线的一般式方程,简称一般式.

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)任何直线方程都能表示为一般式. ( )

(2)任意一条直线的一般式方程都能与其他四种形式互化. ( )

(3)对于二元一次方程 $Ax+By+C=0$,当 $A=0$,$B\neq0$ 时,方程表示垂直于 x 轴的直线. ( )

(4)斜率为 2,且经过点 $A(1,3)$ 的直线的一般式方程为 $2x-y+1=0$. ( )

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 求直线的一般式方程

例 1 根据下列条件分别写出直线的方程,并化为一般式.

(1)直线经过 $A(5,-7)$,$B(7,3)$两点;

(2)经过点$(-1,2)$,且垂直于 x 轴;

(3)过点$(1,3)$且在两坐标轴上的截距相等.

变式 写出下列直线的方程,并化成一般式.

(1)经过点 $C(1,3)$,斜率是直线 $y=-4x$ 的斜率的 $\frac{1}{3}$;

(2)经过点 $D(-5,2)$,且在 x 轴上的截距等于在 y 轴上截距的 2 倍;

(3)经过 $P(2,1)$,$Q(m,3)$两点.

[素养小结]

求直线的一般式方程的策略.

(1)当 $A\neq0$ 时,方程可化为 $x+\frac{B}{A}y+\frac{C}{A}=0$,只需确定 $\frac{B}{A},\frac{C}{A}$ 的值;当 $B\neq0$ 时,方程可化为 $\frac{A}{B}x+y+\frac{C}{B}=0$,只需确定 $\frac{A}{B},\frac{C}{B}$ 的值.因此,只要给出两个条件,就可以求出直线方程.

(2)在求直线方程时,通常根据给定条件选用四种特殊形式之一求方程,然后转化为一般式.

◆ 探究点二　含参数的直线的一般式方程有关问题的探究

例2 (1)[2025・江苏苏州中学高二质检] 已知直线 $Ax+By+C=0$(A,B 不全为0)在 x 轴上的截距大于在 y 轴上的截距,则 A,B,C 应满足的条件是　　(　　)

A. $A>B$　　B. $A<B$

C. $\frac{C}{A}+\frac{C}{B}>0$　　D. $\frac{C}{A}-\frac{C}{B}<0$

(2)已知直线 $l:ax-2y-a+4=0$.

①求证:不论 a 为何值,直线 l 总经过第一象限;

②要使直线 l 不经过第二象限,求 a 的取值范围.

变式 (1)[2025・江苏盐城高二期中] 已知 $ab<0,bc<0$,则直线 $ax+by=c$ 经过　　(　　)

A. 第一、二、三象限

B. 第一、三、四象限

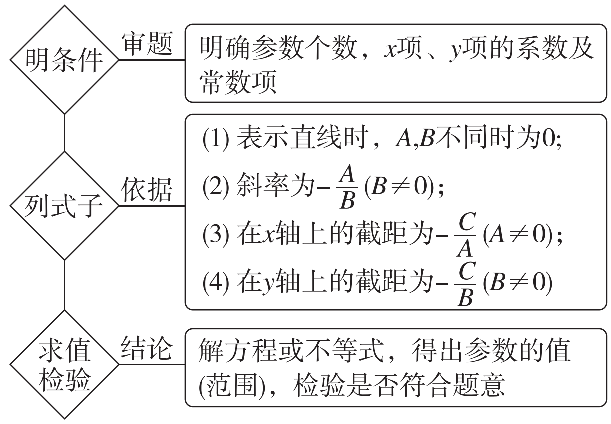
C. 第一、二、四象限

D. 第二、三、四象限

(2)[2025・重庆清华中学高二检测] 已知直线 l 的方程为 $(a+2)x+3ay+1+a=0(a\in\mathbf{R})$,若 l 在两坐标轴上的截距相等,求 a 的值.

[素养小结]

与含参数的直线的一般式方程有关问题的求解流程:



1.3　两条直线的平行与垂直

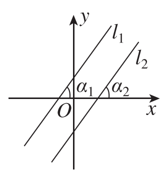
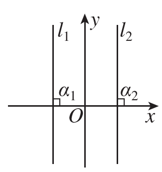
【学习目标】

1. 理解并掌握两条直线平行与垂直的条件.
2. 会运用条件判定两直线是否平行或垂直.
3. 运用两直线平行或垂直时的斜率关系求直线方程,解决相应的几何问题.

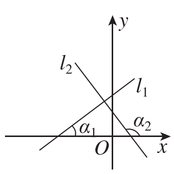
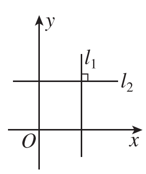
课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　两条直线平行

类型	斜率 k_1,k_2 存在	斜率不存在
前提条件	$\alpha_1=\alpha_2\neq 90°$	$\alpha_1=\alpha_2=90°$
对应关系	$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow$________	$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow$两条直线的斜率都不存在
图示		

◆ 知识点二　两条直线垂直

类型	斜率 k_1,k_2 存在	斜率不存在
前提条件	$\alpha_1\neq 90°,\alpha_2\neq 90°$	$\alpha_1=90°,\alpha_2=0°$
图示		
对应关系	对于斜率分别为 k_1,k_2 的直线 l_1,l_2,$l_1\perp l_2\Leftrightarrow$________	若 l_1 的斜率不存在,l_2 的斜率为 0,则________

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)"直线 l_1 与 l_2 平行"是"直线 l_1 与 l_2 的斜率相等"的充要条件.　(　　)

(2)"直线 l_1,l_2 的斜率之积为-1"是"直线 l_1,l_2 互相垂直"的充要条件.　(　　)

(3)如果两条直线平行,那么这两条直线的倾斜角一定相等.　(　　)

(4)已知直线 l_1 的倾斜角为 α,直线 l_2 的倾斜角为 β,若 $l_1\perp l_2$,则 $\alpha-\beta=90°$.　(　　)

2. $l_1/\!/l_2\Leftrightarrow k_1=k_2$ 成立的前提条件是什么?$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$ 成立的前提条件是什么?

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　两条直线平行的判定

例 1　根据下列条件,判断直线 l_1 与直线 l_2 是否平行或重合:

(1)l_1 经过点 $A(2,1)$,$B(-3,5)$,l_2 经过点 $C(3,-3)$,$D(8,-7)$;

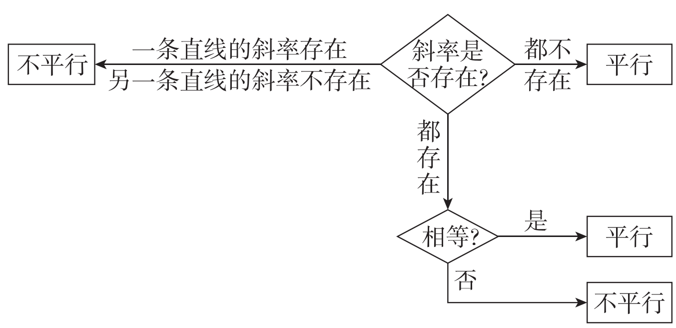
(2)l_1 的倾斜角为 $60°$,l_2 经过点 $M(3,2\sqrt{3})$,$N(-2,-3\sqrt{3})$;

(3)l_1 平行于 y 轴,l_2 经过点 $P(0,-2)$,$Q(0,5)$;

(4)l_1:$3x+5y-4=0$,l_2:$6x+10y+7=0$.

[素养小结]

利用两条直线的斜率判断两条直线是否平行的方法如下:



◆ 探究点二　两条直线垂直的判定

例 2 根据下列条件，判断直线 l_1 与 l_2 是否垂直：

(1) l_1 的倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$，l_2 经过 $M(-4,-\sqrt{3})$，$N(5,2\sqrt{3})$ 两点；

(2) l_1 的斜率为 $-\frac{3}{2}$，l_2 经过 $P(3,-2)$，$Q(-6,4)$ 两点；

(3) l_1 的斜率为 $-\frac{1}{3}$，l_2 的倾斜角为 α，α 为锐角，且 $\tan 2\alpha=-\frac{3}{4}$；

(4) l_1：$5x-11y+2=0$，l_2：$33x+15y-7=0$.

变式 在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $OPQR$ 的四个顶点为 $O(0,0)$，$P(1,t)$，$Q(1-2t,2+t)$，$R(-2t,2)$，其中 $t>0$ 且 $t\neq\frac{1}{2}$. 试判断四边形 $OPQR$ 的形状并证明.

[素养小结]

判断两直线是否垂直的依据：在这两条直线的斜率都存在(所给两点的横坐标是否相等，若相等，则直线的斜率不存在)的前提下，只需看它们的斜率之积是否等于-1即可，但应注意有一条直线与 x 轴垂直，另一条直线与 x 轴平行(或重合)时，两直线也垂直.

◆ 探究点三　利用一般式解决直线的平行和垂直问题

例 3 求证：(1)若直线 l_1：$A_1x+B_1y+C_1=0$，直线 l_2：$A_2x+B_2y+C_2=0$，且 $l_1/\!/l_2$，则 $A_1B_2-A_2B_1=0$，且当斜率存在时，$B_1C_2-B_2C_1\neq0$，当斜率不存在时，$A_1C_2-A_2C_1\neq0$.

(2)若直线 l_1：$A_1x+B_1y+C_1=0$，直线 l_2：$A_2x+B_2y+C_2=0$，且 $l_1\perp l_2$，则 $A_1A_2+B_1B_2=0$.

变式 已知直线 l_1：$x+my+6=0$，l_2：$(m-2)x+3y+2m=0$，求实数 m 的值，使得：

(1) l_1，l_2 相交；(2) $l_1\perp l_2$；(3) $l_1/\!/l_2$.

[素养小结]

利用一般式解决直线的平行和垂直问题时，要对参数进行分类讨论，关注直线斜率是否存在、斜率是否为零等特殊情况.

1.4　两条直线的交点

【学习目标】

1. 能描述两条直线交点(坐标)的几何(代数)含义,能用解方程组的方法求两条直线的交点坐标.
2. 会根据方程组解的个数判定两条直线的位置关系.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　两条直线的交点

已知同一平面内的两条直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$,$l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$,则

方程组 $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0,\\A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$ 的解	一组	无数组	无解
直线 l_1,l_2 的公共点	一个	无数个	零个
直线 l_1,l_2 的位置关系	相交	重合	平行

◆ 知识点二　直线系方程

已知直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$ 与 $l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$ 相交于点 P,则过点 P 的直线(除 l_2 外)可表示为 $A_1x+B_1y+C_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0$.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若点 $M(a,b)$ 在直线 $l:Ax+By+C=0$ 上,则点 M 的坐标一定满足直线 l 的方程.　(　)

(2)若两直线相交,则交点坐标一定是两直线方程所组成的二元一次方程组的解.　(　)

(3)若两条直线的斜率都存在且不相等,则两条直线相交.　(　)

2. 直线 $3x+4y-2=0$ 与直线 $2x+y+2=0$ 的位置关系如何?若相交,能根据图形确定直线 $3x+4y-2=0$ 与直线 $2x+y+2=0$ 的交点坐标吗?有什么办法求得这两条直线的交点坐标?

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　判断直线的交点及由交点求参数

例 1 (1)(多选题)[2025·石嘴山三中高二月考]下列说法中正确的有　(　)

A. 直线 $l_1:x-2y+4=0$ 和 $l_2:2x-4y+8=0$ 相交

B. 直线 $l_1:x-y+2=0$ 和 $l_2:2x+y-5=0$ 的交点坐标为(1,3)

C. 直线 $l_1:2x+y+2=0$ 和 $l_2:y=-2x+3$ 没有交点

D. 直线 $l_1:x-2y+1=0$,$l_2:y=x$,$l_3:2x+y-3=0$ 两两相交

(2)若三条直线 $2x+3y+8=0$,$x+y+1=0$,$x+ky=0$ 相交于一点,则实数 k 的值为　(　)

A. -2　　B. $\frac{5}{6}$

C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

变式 (1)若直线 $l_1:y=kx+1$ 与 $l_2:x-y-1=0$ 的交点在第一象限,则实数 k 的取值范围是(　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(-1,1)$

C. $(0,1)$　　D. $(-\infty,-1)$

(2)直线 $l_1:2x-y=1$ 与直线 $l_2:-3x+2y=1$ 的交点坐标为________.

[素养小结]

(1)求两相交直线交点坐标的一般方法是解两直线方程组成的二元一次方程组;

(2)已知两条直线交点的情况,确定直线方程中的参数的值或取值范围,方法是先求出交点坐标,再根据题意列出关于参数的方程或不等式,从而求出参数的值或取值范围.

◆ **探究点二　过两直线交点的直线系方程**

例 2　求过两直线 $2x-3y-3=0$ 和 $x+y+2=0$ 的交点且与直线 $3x+y-1=0$ 平行的直线方程.

变式 (1)过直线 $x+y-3=0$ 与直线 $2x-y=0$ 的交点,且与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 平行的直线方程为__________.

(2)求过直线 $l_1:x-2y+4=0$ 和直线 $l_2:x+y-2=0$ 的交点 P,且与直线 $l_3:3x-4y+5=0$ 垂直的直线 l 的方程.

[素养小结]

求过两条直线交点的直线方程的两种方法:

方法一,先解方程组求出交点坐标,再结合其他条件写出直线方程;方法二,利用过两条直线交点的直线系方程,通过待定系数法求解.

1.5　平面上的距离

1.5.1　平面上两点间的距离

【学习目标】

1. 能推导两点间的距离公式,会分析公式中相关量的几何意义.
2. 能根据给定的两点坐标熟练运用公式求两点间的距离.
3. 会用坐标法证明简单的平面几何问题.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ **知识点　两点间的距离公式**

平面上 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$两点间的距离公式为 $P_1P_2=$__________.

(1)当直线 P_1P_2 平行于 x 轴时,$P_1P_2=$________;

(2)当直线 P_1P_2 平行于 y 轴时,$P_1P_2=$________;

(3)特别地,原点 $O(0,0)$与任一点 $P(x,y)$间的距离 $OP=\sqrt{x^2+y^2}$.

【诊断分析】(1)已知点 $A(-2,-1)$,$B(a,3)$,且 $AB=5$,则 a 的值为 1. (　　)

(2)若 $A(-1,0)$,$B(5,6)$,则线段 AB 的中点坐标为(2,3). (　　)

(3)点 $P_1(0,a)$与点 $P_2(b,0)$之间的距离为 $a-b$. (　　)

(4)当 A,B 两点的连线与坐标轴平行或垂直时,两点间的距离公式不适用. (　　)

课中探究

◆ 探究点一　求两点间的距离

例1　已知$\triangle ABC$的三个顶点$A(-3,1)$，$B(3,-3)$，$C(1,7)$，试判断$\triangle ABC$的形状.

变式　若点A在x轴上，点B在y轴上，线段AB的中点为$(3,4)$，则AB等于　　(　　)

A. 10　　B. 5

C. 8　　D. 6

[素养小结]

计算两点间距离的方法：

(1)对于任意两点$P_1(x_1,y_1)$和$P_2(x_2,y_2)$，有$P_1P_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$；

(2)对于两点的横坐标或纵坐标相等的情况，可直接利用距离公式的特殊情况求解.

◆ 探究点二　由两点间的距离求参数

例2　已知点$A(5,2a-1)$，$B(a+1,a-4)$，当AB取得最小值时，实数a的值为________.

变式　已知点$P(a,2)$，$Q(-2,-3)$，$M(1,1)$，且$PQ=PM$，则a的值是　　(　　)

A. -2　　B. 2

C. $-\frac{9}{2}$　　D. $\frac{9}{2}$

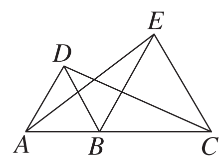
[素养小结]

已知所求点的相关信息及该点到某点的距离满足某些条件时，设出所求点的坐标，利用两点间距离公式建立关于所求点的坐标的方程或方程组求解.

◆ 探究点三　坐标法的应用

例3　用坐标法证明：若四边形$ABCD$是长方形，则对直线AC上任意一点M，等式$AM^2+CM^2=BM^2+DM^2$恒成立.

变式　如图，A，B，C三点共线，$\triangle ABD$和$\triangle BCE$是在直线AC同侧的两个等边三角形.试用坐标法证明：$AE=CD$.



[素养小结]

利用坐标法解决平面几何问题的一般步骤：

(1)建立坐标系，用坐标表示有关的量；

(2)进行有关代数运算；

(3)把代数运算的结果“翻译”成几何结论.

1.5.2　点到直线的距离

【学习目标】

1. 会运用多种方法推导点到直线的距离公式，明确使用公式的前提条件.

2. 能根据给定的点与直线熟练运用公式求点到直线的距离.

3. 能将平行线间的距离转化为点到直线的距离，并会用点到直线的距离公式导出两条平行直线间的距离公式.

4. 能说明应用公式的前提条件，并能用公式求给定两平行线间的距离.

课前预习

知识导学　素养初识

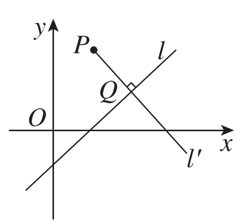
◆ 知识点一　点到直线的距离公式

点 $P(x_0,y_0)$到直线 l:$Ax+By+C=0$ 的距离为 $d=$____________.

除了课本上的证明方法之外，我们还可以用下面的方法证明.

证明:根据定义，点 P 到直线 l 的距离就是点 P 到直线 l 的垂线段的长度. 如图，过点 $P(x_0,y_0)$作直线 l:$Ax+By+C=0(A\neq0,B\neq0)$的垂线 l'，垂足为 Q，由 $l'\perp l$ 可知 l'的斜率为________，∴l'的方程为 $y-y_0=\frac{B}{A}(x-x_0)$，与 l 的方程联立，得交点 Q 的坐标为 $\left(\frac{B^2x_0-ABy_0-AC}{A^2+B^2},\frac{A^2y_0-ABx_0-BC}{A^2+B^2}\right)$，则 $PQ=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

可以验证，当 $A=0$，或 $B=0$ 时，上述公式仍然成立.



◆ 知识点二　两条平行直线间的距离

两条平行直线间的距离是指夹在这两条平行直线间的公垂线段的长.

1. 求法:转化为一条直线上任意一点到另一条直线的距离.

2. 公式:两条平行直线 l_1:$Ax+By+C_1=0$ 与 l_2:$Ax+By+C_2=0(C_1\neq C_2)$之间的距离为 $d=$____________.

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)点(x,y)到直线 $x+y-2=0$ 的距离是 $\frac{x+y-2}{\sqrt{2}}$.　(　　)

(2)点$(-5,4)$到直线 $y-1=0$ 的距离为 3.(　　)

(3)两平行线间的距离是两平行线上两点间距离的最小值.　(　　)

(4)已知两平行直线 l_1:$A_1x+B_1y+C_1=0$，l_2:$A_2x+B_2y+C_2=0$，则直线 l_1，l_2 间的距离为 $\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}}$.　(　　)

2. 在运用点到直线的距离公式时，对直线方程有什么要求？在应用两条平行线间的距离公式时，对直线方程有什么要求？

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　点到直线的距离

例 1 (1)已知点 $A(3,0)$，直线 l:$3x-4y+1=0$，则点 A 到直线 l 的距离为　(　　)

A. 3　　B. 2

C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

(2)[2025·江苏苏州高二期中] 已知 $A(-3,-4)$，$B(5,6)$两点到直线 l:$ax+y+1=0$ 的距离相等，则实数 a 的值为________.

变式 已知点 $P(2,-1)$.

(1)求过点 P 且与原点的距离为 2 的直线的方程.

(2)是否存在过点 P 且与原点的距离为 6 的直线?若存在,求出该直线的方程;若不存在,请说明理由.

[素养小结]

点到直线的距离的求解方法:

(1)求点到直线的距离时,先把直线方程化为一般式,再直接应用点到直线的距离公式求解即可;

(2)对于与坐标轴平行(或重合)的直线 $x=a$ 或 $y=b$,求点 $P(x_0,y_0)$到它们的距离 d 时,既可以用点到直线的距离公式,也可以直接根据 $d=|x_0-a|$ 或 $d=|y_0-b|$求解;

(3)已知点到直线的距离求参数时,根据点到直线的距离公式列方程求解参数即可.

◆ 探究点二 平行线间距离公式的应用

例 2 (1)两条平行直线 $2x-7y+8=0$ 与 $2x-7y-6=0$ 间的距离为 ( )

A. $\dfrac{\sqrt{53}}{14}$　　B. 2

C. 14　　D. $\dfrac{14\sqrt{53}}{53}$

(2)[2025·江苏扬州中学高二月考] 若两条平行直线 $l_1:x-2y+m=0(m>0)$与 $l_2:2x+ny-6=0$ 之间的距离是 $2\sqrt{5}$,则 $m+n=$________.

变式 [2025·山东莱芜一中高二质检] 若平面内两条平行线 $l_1:x+(a-1)y+2=0$,$l_2:ax+2y+1=0$ 间的距离为$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$,则实数 a 的值为 ( )

A. 2　　B. -2 或 1

C. -1　　D. -1 或 2

[素养小结]

求两平行线间距离的两种常用方法.

(1)转化法:将两平行线间的距离转化为其中一条直线上任意一点到另一条直线的距离.因为结果与点的选择无关,所以选点时,常选取一个特殊点,如直线与坐标轴的交点等,以便于运算.

(2)公式法:直接利用公式 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$,但要注意两直线方程中 x,y 的系数对应相等.

◆ 探究点三 利用距离公式解决最值问题

例 3 已知直线 $l_1:ax+y+1=0$ 过定点 P,则点 P 到直线 $l_2:y=k(x+1)$距离的最大值是________.

变式 已知直线 $l_1:(\lambda+2)x+(1-\lambda)y+2\lambda-5=0$,$l_2:(k+1)x+(1-2k)y+k-5=0$,且 $l_1/\!/l_2$,则当两平行线 l_1 与 l_2 间的距离最大时,$\lambda+k=$________.

[素养小结]

(1)解决此类问题的关键是理解式子表示的几何意义,可将“数”转化为“形”,从而利用图形的直观性加以解决.

(2)数形结合、运动变化的思想方法在解题中经常用到.当图形中的元素运动变化时我们能直观观察到一些量的变化情况,进而可求出这些量的取值范围.

◆ 探究点四 距离公式的综合应用

例 4 已知直线 $l_1:2x-y+a=0(a>0)$,直线 $l_2:4x-2y-1=0$ 和直线 $l_3:x+y-1=0$,且 l_1 和 l_2 之间的距离是$\dfrac{7\sqrt{5}}{10}$.

(1)求 a 的值.

(2)能否找到一点 P,使得点 P 同时满足下列三个条件:①P 是第一象限的点;②点 P 到 l_1 的距离是点 P 到 l_2 的距离的 $\frac{1}{2}$;③点 P 到 l_1 的距离与点 P 到 l_3 的距离之比是 $\sqrt{2}:\sqrt{5}$?若能,求出点 P 的坐标;若不能,请说明理由.

变式 [2025·沈阳二十中高二月考] 平面上有四条直线,它们的方程分别是 $y=2x+1$,$4x-2y+5=0$,$y=-x+1$,$x+y-4=0$.则由这四条直线围成四边形的面积是________.

微突破(一) 直线中的对称问题

一、点关于点对称问题

求点 $P(x_1,y_1)$ 关于点 $A(x_0,y_0)$ 的对称点 $Q(a,b)$,由 $\begin{cases}x_0=\dfrac{x_1+a}{2},\\ y_0=\dfrac{y_1+b}{2},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a=2x_0-x_1,\\ b=2y_0-y_1.\end{cases}$

例 1 已知点 $A(3,2)$ 关于点 $B(2,a)$ 的对称点为 $C(1,1)$,则实数 $a=$________.

变式 点 $A(2,4)$ 关于点 $B(3,5)$ 的对称点 C 的坐标为________.

二、点关于直线对称问题

求点 $P(x_1,y_1)$ 关于直线 $l:Ax+By+C=0$ $(AB\neq 0)$ 的对称点 $Q(a,b)$.

①设线段 PQ 的中点为 M,利用中点坐标公式得 $M\left(\dfrac{x_1+a}{2},\dfrac{y_1+b}{2}\right)$,将 M 的坐标代入直线方程 $Ax+By+C=0$ 中.

②$k_{PQ}\cdot k_l=-1$.

由①②得 $\begin{cases}A\cdot\dfrac{x_1+a}{2}+B\cdot\dfrac{y_1+b}{2}+C=0,\\ \dfrac{y_1-b}{x_1-a}\cdot\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1(AB\neq 0).\end{cases}$ 解方程组即可求得 a,b 的值.

例 2 已知点 A 与点 $B(2,1)$ 关于直线 $x+y+2=0$ 对称,则点 A 的坐标为 ( )

A. $(-1,4)$ B. $(4,5)$

C. $(-3,-4)$ D. $(-4,-3)$

变式 若原点 $O(0,0)$ 与点 $A(-4,2)$ 关于直线 l 对称,则直线 l 的方程是 ( )

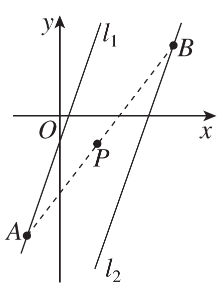
A. $x+2y=0$ B. $2x-y+5=0$

C. $2x+y+3=0$ D. $x-2y+4=0$

三、直线关于点对称问题

求直线 l_1 关于点 P(P 不在 l_1 上)对称的直线 l_2 的方程.

方法一:如图,在直线 l_1 上找一点 A,求点 A 关于点 P 对称的点 B,根据 $l_1/\!/l_2$,得 $k_1=k_2$,再由点斜式求解.



方法二:由 $l_1/\!/l_2$,设出直线 l_2 的方程,由点 P 到两直线的距离相等,即 $d_1=d_2$ 求参数.

方法三:找直线 l_2 上任意一点 (x,y),求该点关于点 P 的对称点,由对称点在直线 l_1 上可得关于 x,y 的方程,即直线 l_2 的方程.

例 3 求直线 $3x-y-4=0$ 关于点 $(2,-1)$ 对称的直线 l 的方程.

变式 直线 $l:4x+3y-2=0$ 关于点 $A(1,1)$ 对称的直线方程为 ( )

A. $4x+3y-4=0$　　B. $4x+3y-12=0$

C. $4x-3y-4=0$　　D. $4x-3y-12=0$

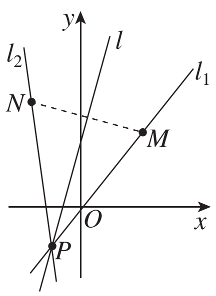
四、直线关于直线对称问题

1. 直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0(A_1^2+B_1^2\neq0)$ 和 $l:Ax+By+C=0(A^2+B^2\neq0)$ 相交，求 l_1 关于直线 l 对称的直线 l_2.

①如图，求出 l_1 与 l 的交点 P；

②在 l_1 上任意取一点 M(非 P 点)，求出 M 关于直线 l 的对称点 N；

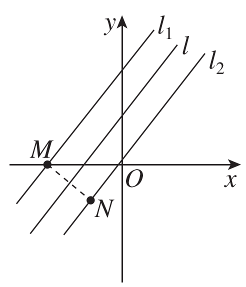
③根据 P,N 两点求出直线 l_2.



2. 直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$ $(A_1^2+B_1^2\neq0)$ 和 $l:Ax+By+C=0(A^2+B^2\neq0)$ 平行，求 l_1 关于直线 l 对称的直线 l_2.

①易知 $k_2=k_1$；

②如图，在直线 l_1 上任取一点 M，求点 M 关于直线 l 的对称点 N，利用点斜式求直线 l_2.



例 4 已知直线 $l:2x-3y+1=0$，求直线 $m:3x-2y-6=0$ 关于直线 l 对称的直线 m' 的方程.

变式 设直线 $l_1:x-2y-2=0$ 与 l_2 关于直线 $l:2x-y-4=0$ 对称，则直线 l_2 的方程是 ( )

A. $11x+2y-22=0$　　B. $11x+y+22=0$

C. $5x+y-11=0$　　D. $10x+y-22=0$

五、对称的运用

1. 根据平面几何知识和光学知识可知，入射光线、反射光线上对应的点是关于法线对称的. 利用点的对称关系可以求解.

2. 利用对称性求距离的最值问题.

由平面几何知识(三角形中，任意两边之和大于第三边，任意两边之差的绝对值小于第三边)可知，要解决在直线 l 上求一点，使这点到两定点 A,B 的距离之差的绝对值最大的问题，若这两点 A,B 位于直线 l 的同侧，则只需求出直线 AB 的方程，再求它与已知直线的交点，即得所求点的坐标；若 A,B 两点位于直线 l 的异侧，则先求 A,B 两点中某一点，如 A 关于直线 l 的对称点 A'，得直线 $A'B$ 的方程，再求其与直线 l 的交点即可. 对于在直线 l 上求一点 P，使 P 到平面上两点 A,B 的距离之和最小的问题可用类似方法求解.

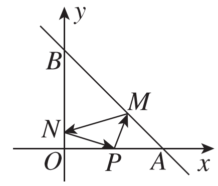
例 5 一束光线从原点 $O(0,0)$ 出发，经过直线 $l:8x+6y=25$ 反射后通过点 $P(-4,3)$，求反射光线的方程及光线从 O 点到达 P 点所走过的路程.

例 6 已知直线 $l:x-2y+8=0$ 和点 $A(2,0)$，$B(-2,-4)$.

(1)在直线 l 上求一点 P，使 $PA+PB$ 的值最小；

(2)在直线 l 上求一点 P，使 $|PB-PA|$ 的值最大.

变式 (1)如图所示，已知点 $A(4,0)$，$B(0,4)$，从点 $P(2,0)$ 射出的光线经直线 AB 反射后再射到直线 OB(O 为坐标原点)上，最后经直线 OB 反射后又回到点 P，则光线所经过的路程是 ( )



A. $2\sqrt{10}$　B. 6　C. $3\sqrt{3}$　D. $2\sqrt{5}$

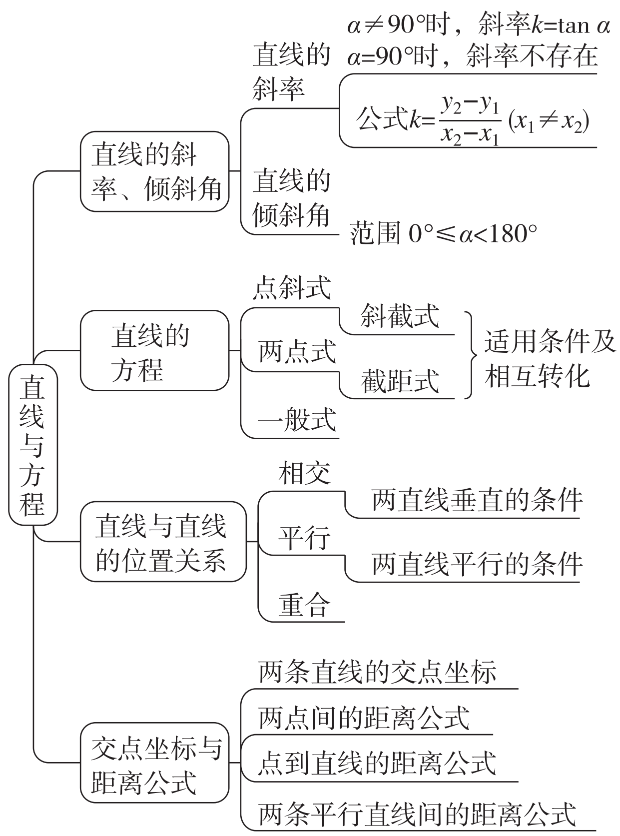
(2)在直线 $l:x-y-1=0$ 上求两点 P，Q，使得：

①P 到 $A(4,1)$ 与 $B(0,4)$ 的距离之差最大；

②Q 到 $A(4,1)$ 与 $C(3,0)$ 的距离之和最小.

本章总结提升

知识网络



素养提升

◆ 题型一　斜率与倾斜角

[类型总述] (1)直线的斜率;(2)直线的倾斜角;(3)直线的倾斜角与斜率的关系.

例 1 (1)若过点 $A(4,m)$,$B(2,-3)$的直线的倾斜角是 $135°$,则 $m=$________.

(2)已知斜率为 2 的直线 l 与 x 轴交于点 A,直线 l 绕点 A 按逆时针旋转 $60°$得到直线 l',则直线 l'的斜率为________.

变式 (1)已知直线 l 的倾斜角为 α,则与 l 关于 x 轴对称的直线的倾斜角为　(　　)

A. α　　B. $90°-\alpha$

C. $180°-\alpha$　　D. $90°+\alpha$

(2)设 $A(m,-m+3)$,$B(2,m-1)$,$C(-1,4)$,若直线 AC 的斜率等于直线 BC 的斜率的 3 倍,则实数 m 的值为________.

◆ 题型二　直线方程

[类型总述] (1)直线方程的几种形式;(2)求直线方程.

例 2 根据下列条件分别写出直线的方程,并化为一般式:

(1)斜率是$\sqrt{3}$,且经过点 $A(5,3)$;

(2)斜率为 4,在 y 轴上的截距为-2;

(3)经过 $A(-1,5)$,$B(2,-1)$两点;

(4)在 x 轴、y 轴上的截距分别为-3,-1.

变式 已知直线 l 经过点 $A(2,1)$,$B(3,3)$,求直线 l 的点斜式、斜截式和一般式方程,并根据方程指出直线在 x 轴、y 轴上的截距.

◆ 题型三　直线的平行与垂直

[类型总述] (1)两直线平行与垂直的条件;(2)由两直线平行与垂直求参数的值.

例 3 (1)“$m=-2$”是“直线 $l_1:mx+4y-6=0$ 与直线 $l_2:x+my-3=0$ 平行”的　(　　)

A. 充分且不必要条件

B. 必要且不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

(2)已知直线 $l_1:mx+4y-2=0$ 与直线 $l_2:2x-5y+n=0$ 互相垂直,且两直线的交点为$(1,p)$,则 $m+n-p$ 等于　(　　)

A. 24　　B. 20

C. 4　　D. 0

例 4 (1)求过点$(-1,3)$,且与直线 $l:3x+4y-12=0$ 平行的直线 l'的方程;
(2)求与直线 $4x-3y+5=0$ 垂直,且与两坐标轴围成的$\triangle AOB$(其中 O 为坐标原点,A 在 y 轴上,B 在 x 轴上)的周长为 10 的直线方程.

变式 (1)直线 $3x+2y+a=0$ 与直线 $6x+4y-b=0$ 的位置关系是 ( )

A. 相交但不垂直 B. 平行
C. 垂直 D. 平行或重合

(2)已知直线 $l_1:ax-2y+1=0$ 与直线 $l_2:x+(a-1)y-1=0$ 垂直,则实数 a 的值为 ( )

A. 1 B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

◆ 题型四 平面上的距离问题

[类型总述](1)点点距离;(2)点线距离;(3)线线距离;(4)与距离有关的最值问题.

例 5 (1)直线 l 过直线 $l_1:x-2y+3=0$ 与直线 $l_2:2x+3y-8=0$ 的交点,且点 $P(0,4)$到 l 的距离为 1,则直线 l 的方程为________.
(2)已知不过原点的直线 l_1 与直线 $l_2:x-y+\sqrt{2}=0$ 平行,且直线 l_1 与 l_2 的距离为 1,则直线 l_1 的一般式方程为________.

变式 (1)已知点 $P(x_0,y_0)$在直线 $3x-4y-10=0$ 上,则$\sqrt{x_0^2+y_0^2}$的最小值为 ( )

A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

(2)平行直线 $l_1:3x-4y+6=0$ 与 $l_2:6x-8y+9=0$ 之间的距离为________.
(3)[2025·石家庄一中高二期中] 已知直线 l 的方程为$(2-m)x+(2m+1)y+3m+4=0$.
(i)当 $m=1$ 时,求点 $H(3,4)$到直线 l 的距离;
(ii)当 $m=-3$ 时,P 为直线 l 上一动点,若 $A(1,4)$,$B(3,5)$,求 $PA+PB$ 的最小值.